ADI-SOYADI:

NUMARASI:

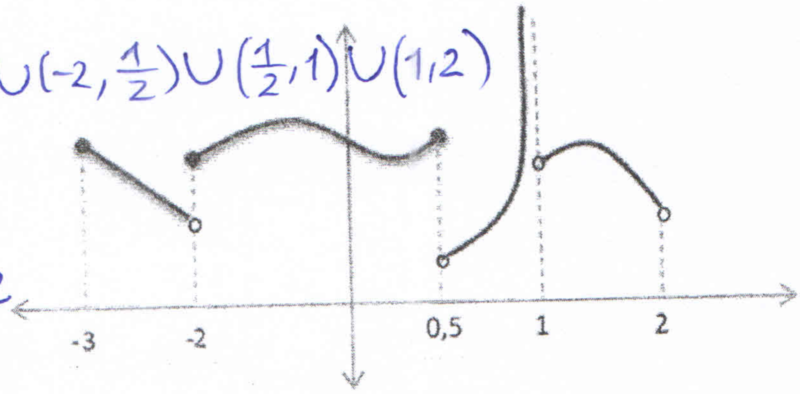
MAT101 ANALİZ 1 DERSİ 4.QUIZ SINAV SORULARI

1) "$\varepsilon-\delta$" yöntemi kullanılarak $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)$ fonksiyonunun herhangi bir $a\in\mathbb{R}$ noktasında sürekli olduğunu gösteriniz.

2) $f(x)=\begin{cases}\frac{-10x^2}{4x-a}, & x>1\\ a-b, & x=1\\ 5x+a, & x<1\end{cases}$ fonksiyonu $\mathbb{R}$ de sürekli olduğuna göre $a+b$ kaçtır?

$S_f=[-3,-2)\cup(-2,\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},1)\cup(1,2)$

3) Yanda grafiği verilen f fonksiyonu için aşağıdakileri bulunuz.



a) Tanım kümesi....$[-3,2)\setminus\{1\}$....dir.

b) Süreklilik kümesi....$-2, 1/2$....dir.

c) süreksiz olduğu noktalar....$-2, 1/2, 1, 2$

d) ....$-2, 1/2$....noktalarında 1.çeşit, ...1....noktalarında 2.çeşit ve ....$x=2$....noktalarında kaldırılabilir süreksizlik vardır.

e) ....$-3, -2$....noktalarında sağdan sürekli,....$x=1/2$....noktalarında soldan süreklidir.

f) Bu fonksiyon alttan....sınırlı...., üstten....sınırsızdır....(SINIRLILIK)

g) Bu fonksiyonun minimum değeri....yok...., maksimum değeri....yok....(VAR/YOK)

h) Bu fonksiyon Bolzano-Cauchy teoremini....sağlamaz...., Ara değer toremini....sağlamaz.... Çünkü ....D_f kapalı değil. Ayrıca f sürekli değil....(SAĞLAMAK)

Süre 45 dakikadır.

Birsen Sağır DUYAR, İlker ERYILMAZ

1) $\lim_{x\to a}\cos(\pi/3-3x)=\cos(\pi/3-3a)$? $\forall\varepsilon>0$ için $|x-a|<\delta$ olduğunda $|\cos(\frac{\pi}{3}-3x)-\cos(\pi/3-3a)|<\varepsilon$ o.ş. $\exists\delta(\varepsilon)>0$?

$|x-a|<\delta$ olsun.

$$\left|\cos\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)-\cos\left(\pi/3-3a\right)\right|=\left|-2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{-3x-3a}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{-3x+3a}{2}\right)\right|$$

$$=2\left|\sin\left(\pi/3+\frac{-3x-3a}{2}\right)\right|\cdot\left|-\sin\frac{3(x-a)}{2}\right|$$

$$\leq 2\cdot 1\cdot\frac{3|x-a|}{2}<3\delta \text{ olup}$$

$\forall\varepsilon>0$ için $\delta=\varepsilon/3$ alınmalıdır.

2) f, $\mathbb{R}$-de sürekli old. göre $\forall x\in\mathbb{R}$ noktasında sürekli dir. O zaman f'nin tanımına göre $4x-a\neq 0$ ve f'nin bileşen fonksiyonları kendi tanımlı oldukları aralıklarda sürekli olmalıdır.

$f_1(x)=\dfrac{-10x^2}{4x-a}$ & $f_2(x)=5x+a$ birer tam rasyonel fonk olup süreklidirler. $x=1$ noktası f'nin kritik noktası olup $f(1^+)=f(1)=f(1^-)$ olmalıdır.

Buna göre

$$f(1^+)=\frac{-10}{4-a},\quad f(1)=a-b,\quad f(1^-)=5+a$$

ile $b=-5$ olup $\dfrac{-10}{4-a}=a+5 \Rightarrow 4-a\neq 0$

old.dan $10=(a+5).(a-4) \Rightarrow a^2+a-30=0$

$\Rightarrow (a+6)(a-5)=0$

$a=-6 \vee a=5$ olur. $f_1(x)$ dikkate alındığından

$a=5$ için $4x-5=0 \Rightarrow x=\frac{5}{4}>1$

$a=-6$ için $4x+6=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}<1$

olup $a=5$ olamaz. O zaman $a=-6$, $b=-5$ ile

$a+b=-11$ bulunur.